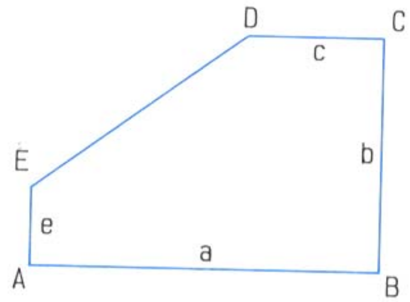
Grundkurs Mathematik S1	Extraaufgaben Nr. 3 Lösungen	2004-2005

Abzugeben <u>in handschriftlicher Form</u> bis zum 14<u>.12. 2004</u> bei Su
Es werden nur Lösungen mit den entsprechenden Nebenrechnungen akzeptiert!

1 Ein Bauplatz hat die Form eines Fünfecks. Auf ihm soll eine Halle mit rechteckiger Grundfläche errichtet werden.
Eine Ecke der Halle soll in B liegen und die gegenüberliegende Ecke auf der Seite DE.
Bestimme die größtmögliche Grundfläche der Halle.



a) a=120m, b=60m, c=90 m, e=30m

$F_{\max} = xy$

Nebenbedingung: $g(x) = x + 30$

Zielfunktion: $f(x) = (120 - x)(x + 30) = -x^2 + 30x + 3600; x \in [0;30]$

$\underline{f'(x) = 0 \Rightarrow x = 45}$

$\underline{x \notin [0;30]}$ Randwerte: f(0)=3600 f((30)=5400

6P → Maximum ist ein Randwert: x=30; maximale Fläche: $\underline{\underline{F = 5400m^2}}$

b) a=100m, b= 80 m, c=60 m e=40m

$F_{\max} = xy$

Nebenbedingung: $g(x) = x + 40$

Zielfunktion: $f(x) = (160 - x)(x + 40) = -x^2 + 60x + 40000; x \in [0;40]$

$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 30$

$f''(30) - 2 \Rightarrow lok.Maximum\ bei \quad x = 30$

6P maximale Fläche: $\underline{\underline{F = f(30) = 4000m^2}}$

c) a=100 m, b = 90 m, c=80 m, e=80m

$F_{\max} = xy$

Nebenbedingung: $g(x) = \frac{1}{2}x + 80$

Zielfunktion: $f(x) = (100 - x)(\frac{1}{2}x + 80) = -\frac{1}{2}x^2 + 30x + 8000; x \in [0;20]$

$f'(x) = 0 \Rightarrow x = -30 \notin [0;20]$

Randwerte: x=0 → f(x)=8000 x=20→ f(20)= 7200

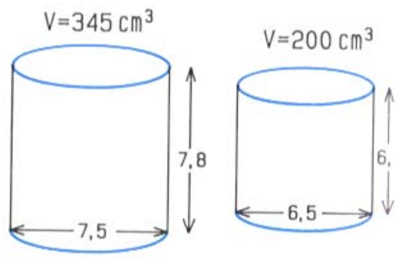
6P Maximale Fläche bei x= 0 $\underline{\underline{F = 8000m^2}}$

18P

<table>
<tr><td>2

12P

2P

14P</td><td>Trinkbecher habe die Form von Zylindern.
a) Wie hoch und wie breit müssten die Zylinder jeweils sein, damit zu ihrer Herstellung möglichst wenig Material benötigt wird?


Lösung:
Zielfunktion: (Dose ohne Deckel!)
$o(x) = \frac{2V}{x} + \pi x^2$
1. Dose: Höhe =4,79 cm Breite = 9,57 cm
2. Dose: Höhe =3,99 cm Breite = 7,98 cm

b) Welche Gründe gibt es, von der minimalen Form abzuweichen?

Ideal-Form ist zum Trinken ungeeignet!</td></tr>
<tr><td>3

6P

6P
12P</td><td>Die Kosten für ein Produkt lassen sich in Abhängigkeit von der Produktionsmenge mit der Funktion

$K(x) = \frac{1}{15}x^3 - 2x^2 + 60x + 200$ darstellen.
a) Bei welcher Ausbringung wird der Gewinn maximal, wenn das Produkt 60€ pro Stück kostet?

$G(x) = E(x) - K(x) = \frac{1}{15}x^3 + 2x^2 - 200$

$G'(x) = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x = 20$

$x_{\max} = 20 \quad G(2) = 66{,}67$

Bei einer Ausbringung von x=20 Einheiten ist der Gewinn maximal und beträgt 66,67 €

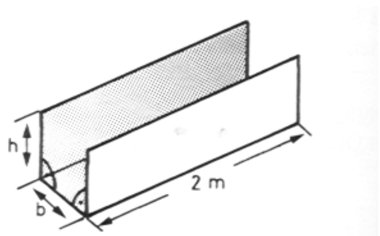
b) Der Preis fällt auf 50 € pro Stück. Wie ist die Situation zu beurteilen?

$G(x) = E(x) - K(x) = \frac{1}{15}x^3 + 2x^2 - 10x - 200$

$G'(x) = 0 \Rightarrow x = 17{,}07 \vee x = 2{,}92$

$x_{\max} = 17{,}07 \quad G(17{,}07) = -119{,}53$

Ein Gewinn ist bei diesem Preis nicht möglich!</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Aus drei Blechplatten soll eine 2m lange Regenrinne geformt werden. Die Rinne soll eine Querschnittsfläche von 250 cm^2 haben. Wie müssen die Höhe h und die Breite b gewählt werden, damit der Materialverbrauch minimal wird? (Die Blechstärke kann vernachlässigt werden.)
Zielfunktion:</td></tr>
</table>

6P	$O(x) = 2x + \frac{1000}{x}$ $O' = (x) = 0 \Rightarrow x = \sqrt{500} = 22{,}23cm$ $y = 11{,}18cm$ **Der Materialverbrauch ist minimal bei einer Höhe von 11,18cm und einer Breite von 22,23 cm.** 
5 6P	Eine Firma will für Hobbygärtner Regentonnen herstellen, die bei minimalem Materialverbrauch maximales Volumen besitzen. Wie sind die Abmessungen zu wählen, wenn 2 m^2 Material je Regentonne zur Verfügung stehen? **Die Tonne muss 0,92m (2x Radius!) breit und 0, 46m hoch sein.**

Bewertungsschema Extra 3:

56 **1+**
55
54 **1**
53
52
51 **1-**
50
49 **2+**
48
47 **2**
46
45
44 **2-**
43
42 **3+**
41
40
39 **3**
38
37 **3-**
36
35 **4+**
34
33 **4**
32
31
30
29 **4-**
28
27 **5+**
26
25
24 **5**
23
22
21
20 **5-**
19
18
17 **6**
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1